

Урок 6

Тема: Лінійне рівняння з двома змінними та його графік. Система рівнянь з двома змінними та графічний метод її розв'язання.

Перевірка домашнього завдання:

Тестування «Перевір себе» на с. 194. Відповіді: 1) а; 2) г; 3) б; 4) б; 5) в; 6) б; 7) а; 8) а; 9) в; 10) в; 11) б; 12) а.

Сьогодні на уроці ви сформуєте уявлення про рівняння з двома змінними, його розв'язок та графік; виробите вміння записувати життєві ситуації математичною мовою, через рівняння з двома змінними; вміння знаходити розв'язки рівняння з двома змінними та будувати його графік. А також познайомитесь із новим для вас поняттям система лінійних рівнянь з двома змінними і навчитесь розв'язувати її графічним методом.

Почнемо ми з того, що пригадаємо що ж взагалі називається рівнянням? Рівняння - це рівність, у якій невідомі числа, позначені буквами (їх називають змінними).

Математична розминка. Розв'яжіть рівняння усно:

$$3x = 6; \quad 3x + 2 = 6; \quad 6x = 3; \quad 6 + x = 3; \quad 6 + x = 2x - x + 6; \quad 3x + 5 = 3x + 7$$

$$x = 2; \quad x = 4/3; \quad x = 1/2; \quad x = -3; \quad x - \text{будь-яке число}; \quad \text{коренів немає.}$$

Складіть рівняння для розв'язку задач:

Сума двох чисел дорівнює 36. $x + y = 36$

Купили 3 кг огірків по одній ціні і 5 кг редису по іншій ціні, а за всю покупку заплатили 107 грн. $3x + 5y = 107$

1 кг цукерок дорожчий від 3 кг цукру на 52 грн. $x - 3y = 52$

Такі рівняння і є прикладами лінійних рівнянь з двома змінними. Сформулюємо його означення:

Лінійним рівнянням з двома змінними x та y називається рівняння виду: $ax + by = c$, або $ax + by + c = 0$, де x та y - змінні; a , b та c - деякі числа. Числа a та b називають коефіцієнтами при змінних, а число c - вільним членом.

Розв'язком рівняння з двома змінними x і y називається кожна пара чисел $(x; y)$, яка перетворює це рівняння на правильну числову рівність.

Наприклад:

Для рівняння $5x + 2y = 9$ пара $(1; 2)$ є розв'язком, оскільки при $x = 1$ і $y = 2$ одержуємо $5 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 9$; $9 = 9$ – правильна рівність.

Пара $(0; 1)$ не є розв'язком заданого рівняння, оскільки при $x = 0$ і $y = 1$ одержуємо $5 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 9$; $2 \neq 9$ – неправильна рівність.

Два рівняння з двома змінними називаються рівносильними, якщо вони мають одні й ті самі розв'язки або обидва рівняння не мають розв'язків. Наприклад: Рівняння $x - y = 0$ і $x = y$ – рівносильні.

При розв'язуванні рівнянь з двома змінними потрібно пам'ятати такі властивості:

Якщо обидві частини рівняння з двома змінними помножити або поділити на одне і те саме число, яке не дорівнює нулю, то одержимо рівняння, рівносильне даному.

Якщо будь-який член рівняння з двома змінними перенести з однієї частини рівняння в іншу з протилежним знаком, то одержимо рівняння, рівносильне даному.

Поміркуйте, які з пар чисел $(10; 1)$, $(1; 10)$, $(7; 2)$, $(7; -2)$, $(9; 0)$ є розв'язками рівняння $x - y = 9$? Наприклад, перша пара є розв'язком рівняння, підставивши ми отримаємо: $10 - 1 = 9$. $9 = 9$. Після підстановки отримали правильну числову рівність.

Отже, розв'язком рівняння з двома змінними називається будь-яка пара чисел $(x; y)$, яка перетворює рівняння на тотожність.

Розв'язати рівняння з двома змінними – означає знайти всі пари чисел $(x; y)$, які є його розв'язком.

Множина точок, координати яких задовольняють рівняння $ax + by = c$, називається його графіком. Графіком рівняння $ax + by + c = 0$, де a, b, c – деякі числа, є пряма.

Пряма визначається двома точками. Тому для побудови графіка лінійного рівняння потрібно:

- Знайти два його розв'язки;
- Позначити на координатній площині точки, що відповідають цим розв'язкам;
- Провести через них пряму.

Системою рівнянь називається деяка кількість рівнянь, для яких треба знайти спільні розв'язки.

Розв'язком системи рівнянь з двома змінними називається пара значень змінних, яка перетворює кожне рівняння системи на правильну рівність.

Розв'язати систему рівнянь – означає знайти всі її розв'язки або встановити, що їх немає.

Записується система за допомогою фігурної дужки:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases} \text{ де } a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \text{ – задані числа, а } x \text{ і } y \text{ – змінні.}$$

Сьогодні ви маєте опанувати один із методів розв'язання систем лінійних рівнянь з двома змінними. Це графічний метод. Суть цього методу полягає в наступному:

1. Виразити змінну y через x в кожному рівнянні.
2. Побудувати в одній системі координат графіки обох рівнянь.
3. Знайти точку у якій графіки перетинаються.
4. Визначити координати цієї точки.
5. Записати відповідь у вигляді: $(x; y)$.

Завдання: Розв'язати систему графічним методом.

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10 \end{cases}$$

Виражаємо змінну y через x в кожному рівнянні

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x \end{cases}$$

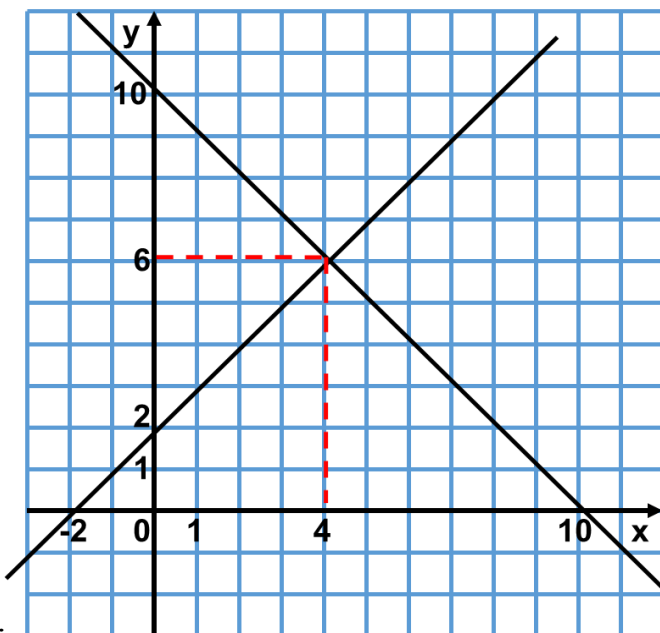
Побудуємо графік першого рівняння

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & -2 \\ \hline y & 2 & 0 \end{array}$$

Побудуємо графік другого рівняння

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 10 \\ \hline y & 10 & 0 \end{array}$$

Визначаємо координати точки, у якій графіки перетинаються. Відповідь: $(4;6)$.



Розв'яжемо ще кілька систем.

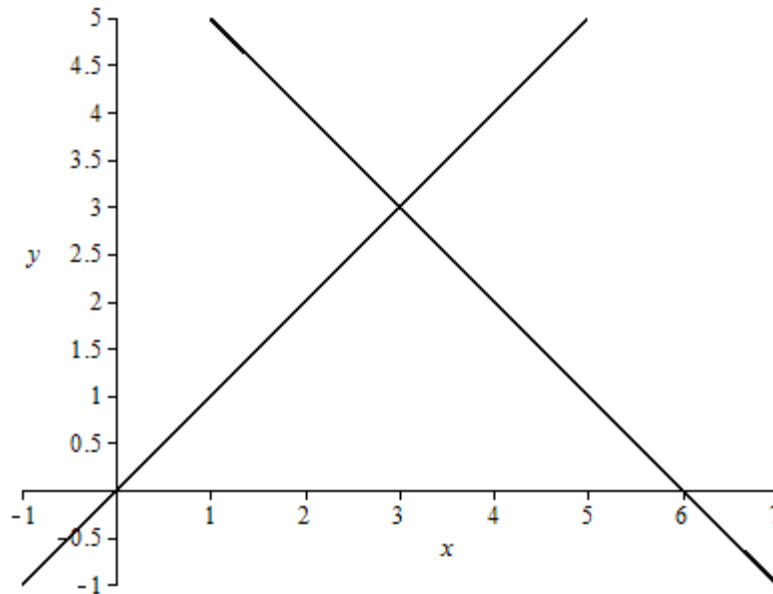
$$\begin{cases} y = x, \\ y = 6 - x; \end{cases}$$

$$y = x$$

x	0	1
y	0	1

$$y = 6 - x$$

x	2	6
y	4	0



Графіки функцій перетинаються в точці (3; 3).

Виконаємо перевірку: $3 = 3$, $3 = 6 - 3$ – правильні числові рівності.

Відповідь: (3; 3).

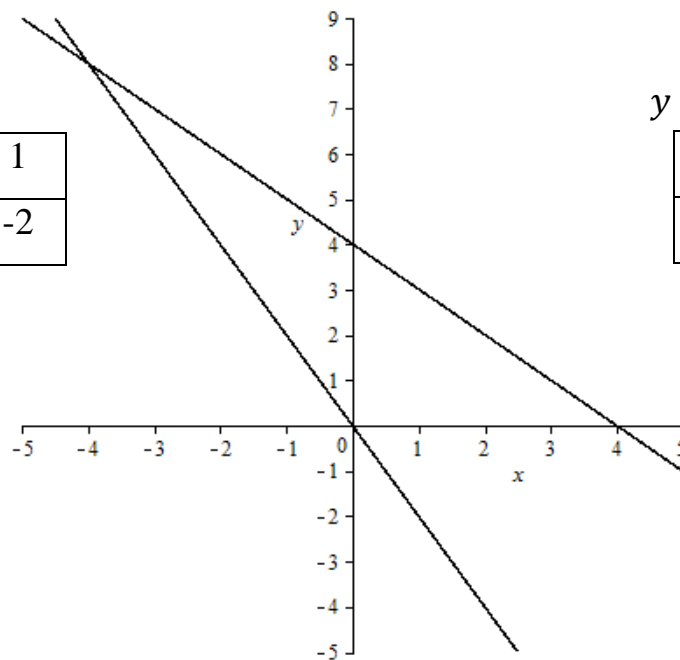
$$\begin{cases} y = -2x, \\ y = 4 - x; \end{cases}$$

$$y = -2x$$

x	0	1
y	0	-2

$$y = 4 - x$$

x	0	1
y	4	3



Графіки функцій перетинаються в точці (-4; 8).

Виконаємо перевірку: $8 = -2(-4)$, $8 = 4 - (-4)$ – правильні числові рівності

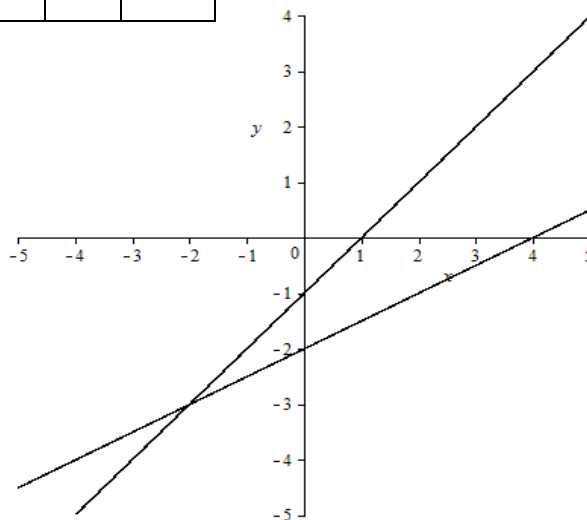
Відповідь: (-4; 8).

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x - 2y = 4; \end{cases} \quad x - y = 1, y = x - 1$$

x	0	1
y	-1	0

$$x - 2y = 4, y = \frac{x-4}{2}$$

x	0	4
y	-2	0



Графіки функцій перетинаються в точці $(-2; -3)$.

Виконаємо перевірку: $-2 + 3 = 1$, $-2 + 6 = 4$ – правильні числові рівності.

Відповідь: $(-2; -3)$.

Важливо пам'ятати! Якщо прямі перетинаються, то система має єдиний розв'язок; якщо прямі не перетинаються, то система не має розв'язків; якщо прямі збігаються, то система має безліч розв'язків.

Домашнє завдання: Вивчити конспект. Опрацювати § 26 на с. 215 – 218, розв'язати № 1121, 1124. Підручник Алгебра 7 клас А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір, 2020.